Chapitre 7 : Droites remarquables dans un triangle

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

I - Médiatrice d'un triangle :

I - Médiatrice d'un triangle :

Activité :

I - Médiatrice d'un triangle :

Activité :

1. Tracer un segment $[AB]$ et son milieu I.
2. Tracer la droite (D) perpendiculaire (AB) en I.
   La droite (D) est appelée la médiatrice du segment $[AB]$.
3. Placer un point M sur (D). À l'aide du compas, comparer les distances MA et MB.
4. Que remarquez-vous ?

1) - Définitions :

1) - Définitions :

Définition 1 :

1) - Définitions :

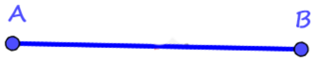
Définition 1 :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

1) - Définitions :

Définition 1 :

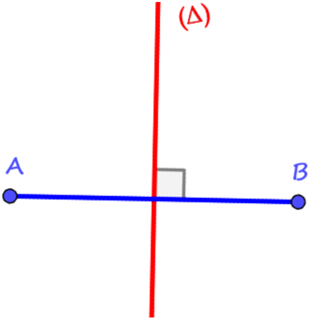
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



1) - Définitions :

Définition 1 :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



Définition 2 :

Définition 2 :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses cotés.

Définition 2 :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses cotés.

Exemple :

Définition 2 :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses cotés.

Exemple :

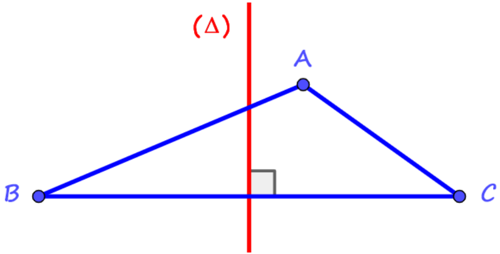
Soit ABC un triangle, traçons sa médiatrice (Δ) :

Définition 2 :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses cotés.

Exemple :

Soit ABC un triangle, traçons sa médiatrice (Δ) :

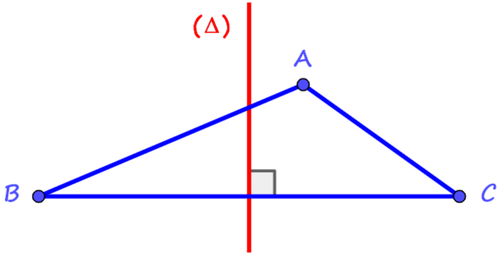


Définition 2 :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses cotés.

Exemple :

Soit ABC un triangle, traçons sa médiatrice (Δ) :



On appelle (Δ) la médiatrice du triangle ABC.

2) - Propriétés :

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

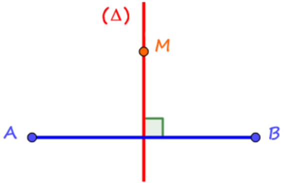
Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités.

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités.

Données



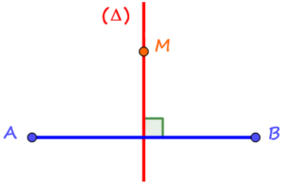
M appartient à la médiatrice de [AB]

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités.

Données



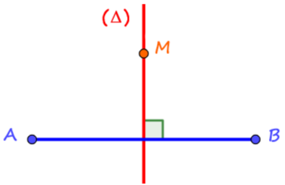
M appartient à la médiatrice du [AB]

2) - Propriétés :

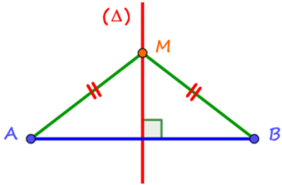
Propriété 1 :

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités.

Données → **Conclusion**



M appartient à la médiatrice du [AB]



AM = BM

Propriété 2 : (Réciproque)

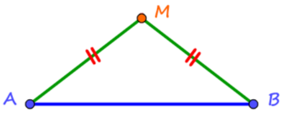
Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Données

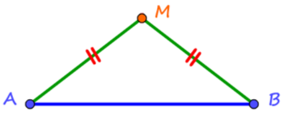


AM = BM

Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

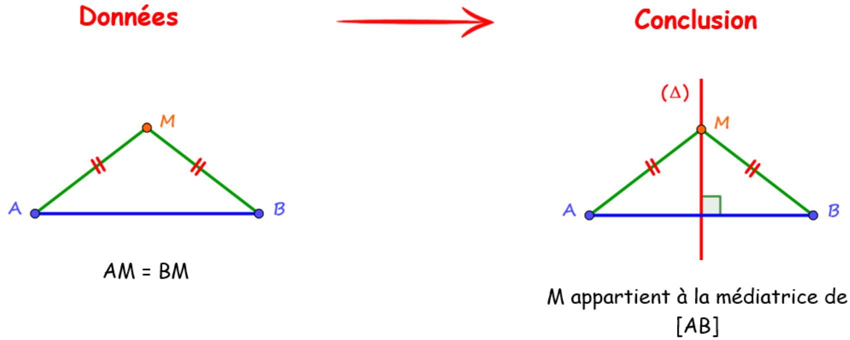
Données



AM = BM

Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



Application 1 :

Soit ABC un triangle isocèle en A.

1. Que pouvez-vous dire à propos du point A.
2. Construire (D) la médiatrice du segment $[AB]$ qui coupe la droite (AC) dans le point M.
3. Montrer que le triangle ABM est isocèle.

Application 2 :

Soit ABC un triangle rectangle en A et soit D un point tel que A est le milieu du segment $[DC]$.

1. Construire une figure convenable.
2. Montrer que (AB) est la médiatrice du segment $[DC]$.

3) - Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit à un triangle :

3) - Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit à un triangle :

activité :

3) - Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit à un triangle :

activité :

Soit ABC un triangle.

1. Tracer (D) et (D'), les médiatrices respectives de $[AB]$ et $[AC]$.
2. Soit O le point d'intersection de (D) et (D').
3. Tracer le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon OA.
4. Montrer que $(\mathcal{C})$ passe par B et C.
5. En déduire que (D''), la médiatrice de $[BC]$ passe par O.
   Le point O est appelé le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

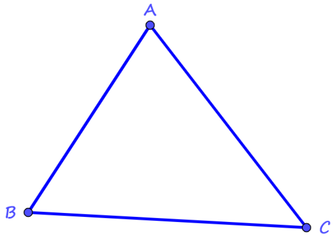
Propriété :

Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.

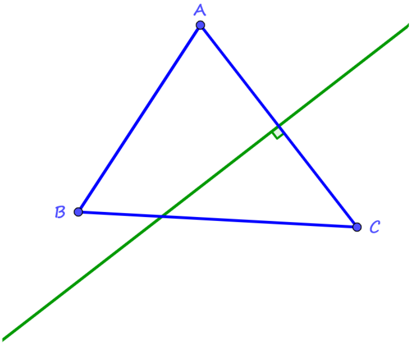
Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



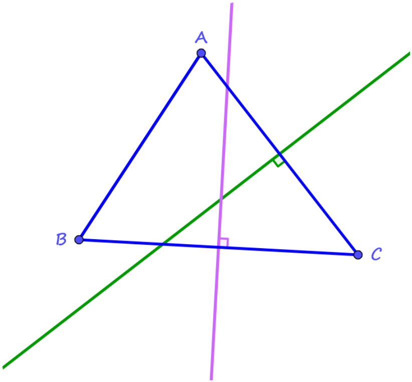
Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



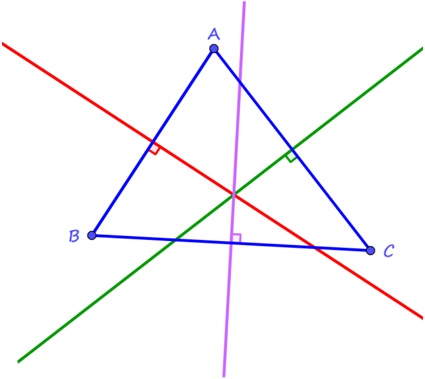
Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



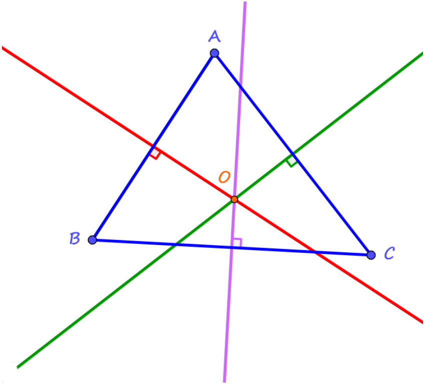
Propriété :

Les médiatrices d’un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



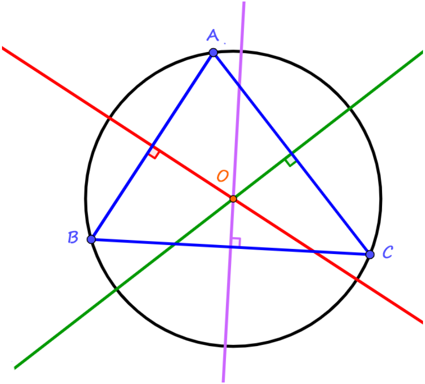
Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



Propriété :

Les médiatrices d'un triangle se coupent en un point, ce point est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



Remarque :

Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de tracer deux de ses médiatrices.

Remarque :

Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de tracer deux de ses médiatrices.

Application 1 :

Construis le triangle MNP tel que :

$$MN = 9 \quad , \quad PN = 8 \quad et \quad MP = 6,5$$

Construis ensuite le cercle circonscrit au triangle MNP.

Application 2 :

Tracer un cercle à l'aide d'une pièce de monnaie.

Déterminer son centre ?

1. Médiatrice d’un triangle
2. Bissectrice d’un triangle
3. Hauteur d’un triangle

II - Bissectrice d'un triangle :

II - Bissectrice d'un triangle :

Activité :

II - Bissectrice d'un triangle :

Activité :

Soit $\widehat{AOB}$ un angle.

1. Tracer la bissectrice $[OM)$ de l'angle $\widehat{AOB}$.
2. Tracer H le projeté orthogonal de M sur (OA).
3. Tracer K le projeté orthogonal de M sur (OB).
4. Calculer MH et MK. Que peut-on déduire ?

1) - Définitions :

1) - Définitions :

Définition 1 :

1) - Définitions :

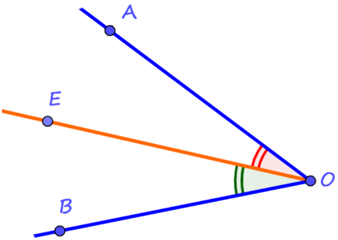
Définition 1 :

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

1) - Définitions :

Définition 1 :

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.



Définition 2 :

Définition 2 :

La bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.

Définition 2 :

La bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.

Exemple :

Définition 2 :

La bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.

Exemple :

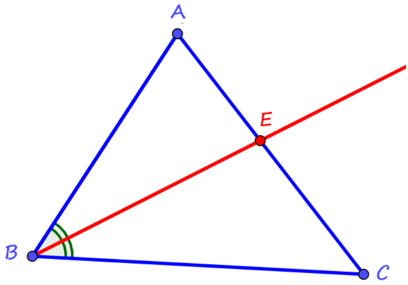
Soit ABC un triangle, traçons sa bissectrice $[BE)$:

Définition 2 :

La bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.

Exemple :

Soit ABC un triangle, traçons sa bissectrice $[BE)$:

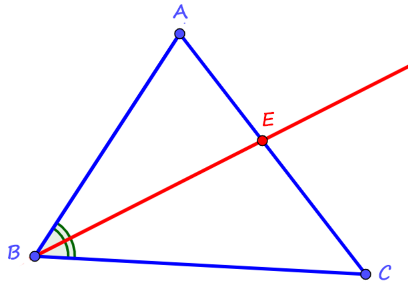


Définition 2 :

La bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.

Exemple :

Soit ABC un triangle, traçons sa bissectrice $[BE)$:



On appelle $[BE)$ la bissectrice du triangle ABC.

2) - Propriétés :

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

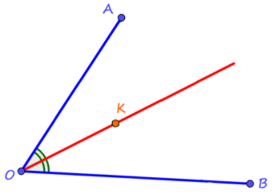
Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

Données



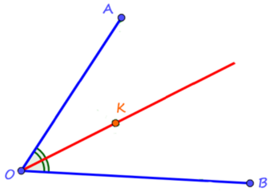
K appartient à la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$

2) - Propriétés :

Propriété 1 :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

Données



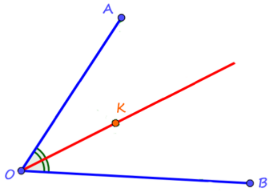
K appartient à la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$

2) - Propriétés :

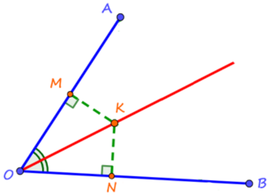
Propriété 1 :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant de ses cotés.

Données → **Conclusion**



K appartient à la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$



MK =NK

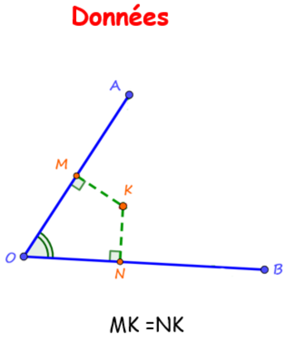
Propriété 2 : (Réciproque)

Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des cotés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

Propriété 2 : (Réciproque)

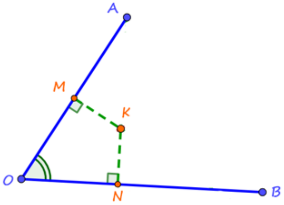
Si un point est équidistant des cotés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.



Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Données

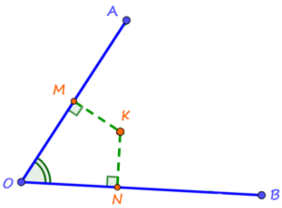


MK =NK

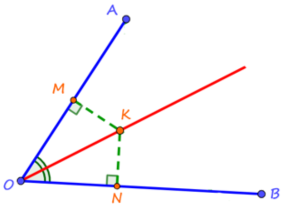
Propriété 2 : (Réciproque)

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Données → **Conclusion**



MK =NK



K appartient à la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$

Application 1 :

1. Tracer un angle $\widehat{AFM}$ de mesure 68°.
2. Tracer la demi-droite $[FE)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{AFM}$.
3. Construire H le projeté orthogonal de E sur (AF).
4. Quel est le projeté orthogonal de E sur (FM) ?
5. Qu'est-ce qu'on peut dire sur les distances EH et EM ?

Application 2 :

Soit $A\widehat{O}B$ un angle et soit $[OE)$ sa bissectrice tel que : $A\widehat{O}B = 100°$

1. Construis $[OF)$ la bissectrice du l'angle $E\widehat{O}B$.
2. Calculer en justifiant votre réponse la mesure des angles suivants :

$$A\widehat{O}E \quad ; \quad A\widehat{O}F \quad ; \quad E\widehat{O}F$$

3) - Bissectrices d'un triangle et cercle inscrit :

3) - Bissectrices d'un triangle et cercle inscrit :

Activité :

3) - Bissectrices d'un triangle et cercle inscrit :

Activité :

Soit ABC un triangle.

1. Construire les trois bissectrices du triangle ABC.
   On appelle I le point d'intersection de ces bissectrices
2. Construis E, F et K les projetés orthogonaux de I sur $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$ respectivement.
3. Tracer le cercle de centre I et qui passe par E.
4. Que remarquez-vous ?
   Le point I est appelé le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC

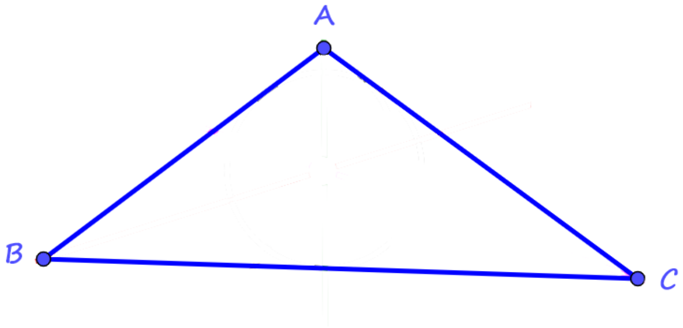
Propriété :

Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.

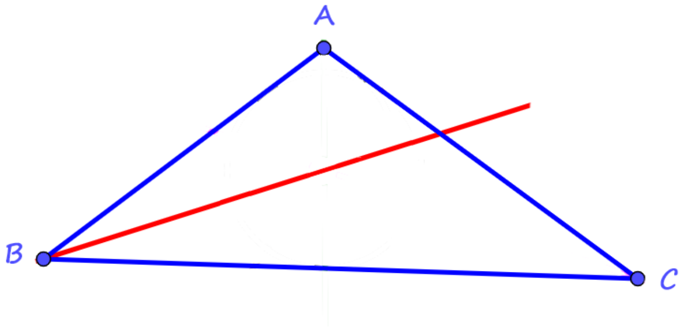
Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



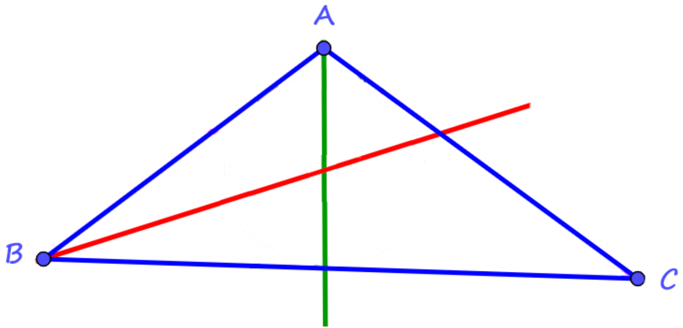
Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



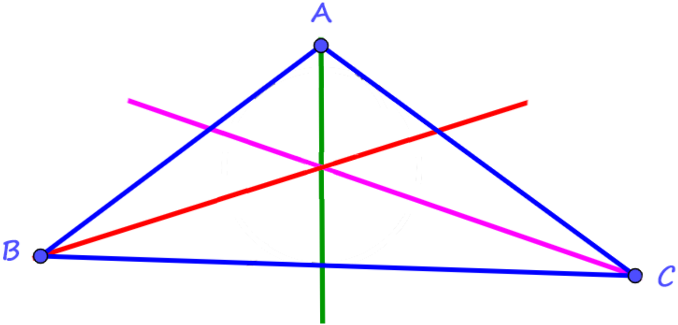
Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



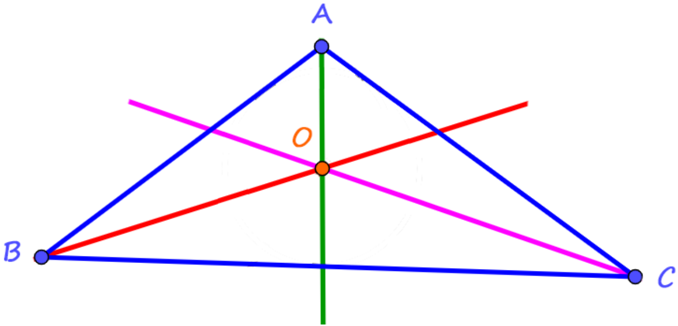
Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



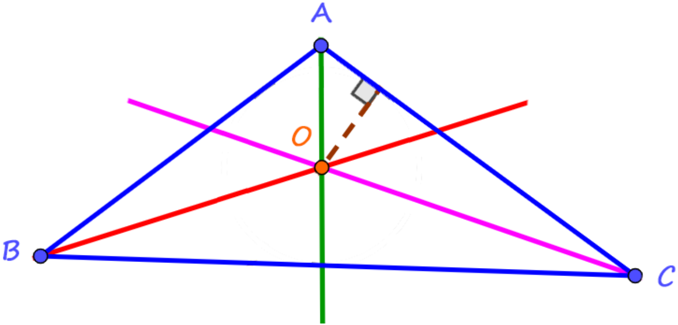
Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



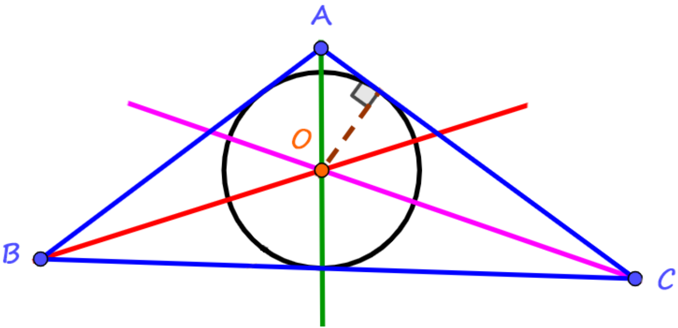
Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



Propriété :

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours de ces bissectrices.



Application 1 :

Construis le cercle inscrit au triangle équilatéral EFG.

Application 2 :

Soit ABC un triangle tel que :

$$BC = 4\ cm \quad ; \quad A\widehat{B}C = 80^\circ \quad ; \quad A\widehat{C}B = 60^\circ$$

1. Construire une figure convenable.
2. Construire K le centre du cercle inscrit du triangle ABC
3. Calculer en justifiant votre réponse la mesure des angles suivants :

$$B\widehat{K}C \quad ; \quad K\widehat{C}B \quad ; \quad K\widehat{B}C$$

1. Médiatrice d'un triangle

2. Bissectrice d'un triangle

3. Hauteur d'un triangle

III - Hauteur d'un triangle :

III - Hauteur d'un triangle :

Activité :

III - Hauteur d'un triangle :

Activité :

Soit ABC un triangle quelconque.

1. Tracer la droite (D) passant par A et perpendiculaire à la droite (BC).

   (D) est appelée la hauteur relative au côté $[BC]$.

2. Trace les deux autres hauteurs du triangle ABC.

1) - Définitions :

1) - Définitions :

Définition 1 :

1) - Définitions :

Définition 1 :

Une hauteur d'un triangle est la droite passante par un sommet et qui perpendiculaire au coté opposé.

1) - Définitions :

Définition 1 :

Une hauteur d'un triangle est la droite passante par un sommet et qui perpendiculaire au coté opposé.

1) - Définitions :

Définition 1 :

Une hauteur d'un triangle est la droite passante par un sommet et qui perpendiculaire au coté opposé.

Définition 2 :

1) - Définitions :

Définition 1 :

Une hauteur d'un triangle est la droite passante par un sommet et qui perpendiculaire au coté opposé.

Définition 2 :

La hauteur d'un triangle est la hauteur correspondante à l'un de ses cotés.

1) - Définitions :

Définition 1 :

Une hauteur d'un triangle est la droite passante par un sommet et qui perpendiculaire au coté opposé.

Définition 2 :

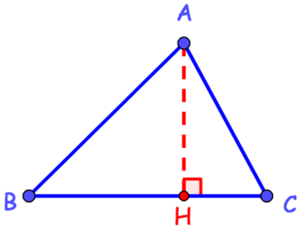
La hauteur d'un triangle est la hauteur correspondante à l'un de ses cotés.

Exemple :

Soit ABC un triangle. Traçons (AH) la hauteur du triangle ABC.

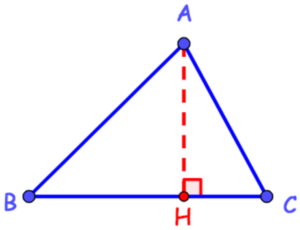
Exemple :

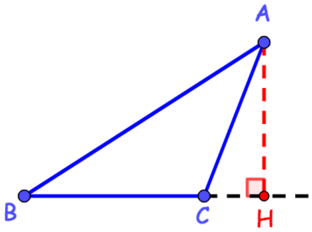
Soit ABC un triangle. Traçons (AH) la hauteur du triangle ABC.



Exemple :

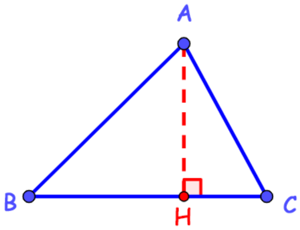
Soit ABC un triangle. Traçons (AH) la hauteur du triangle ABC.

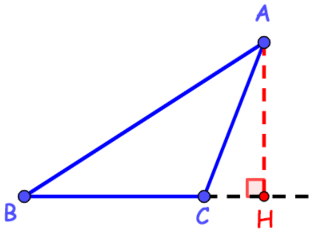




Exemple :

Soit ABC un triangle. Traçons (AH) la hauteur du triangle ABC.





H est le projeté orthogonal de A sur (BC).

2) - L'orthocentre d'un triangle :

2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

2) - L'orthocentre d'un triangle :

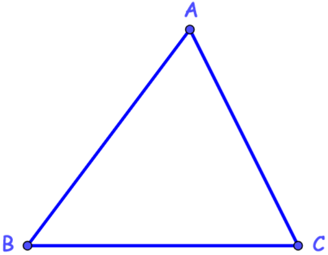
Propriété :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.

2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

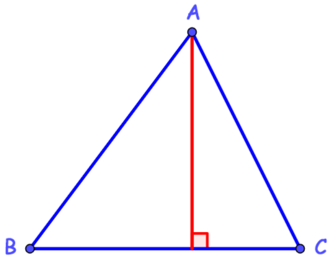
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.



2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

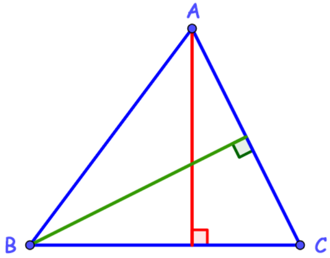
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.



2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

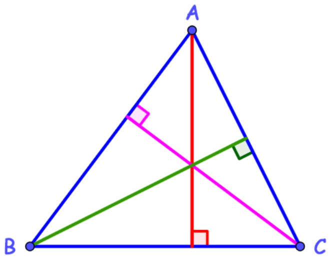
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.



2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

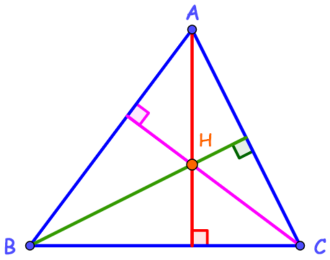
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.



2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

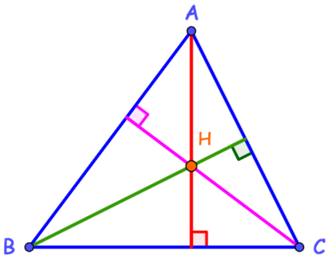
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.

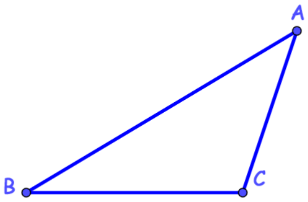


2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.

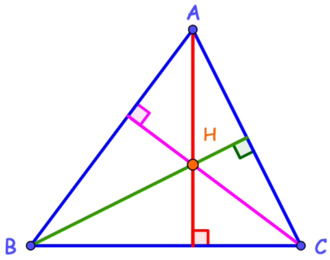


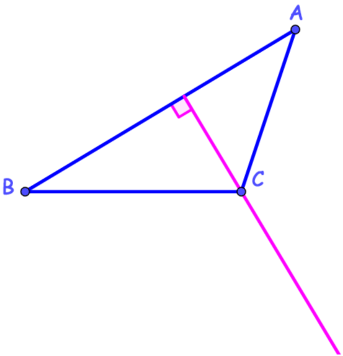


2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.

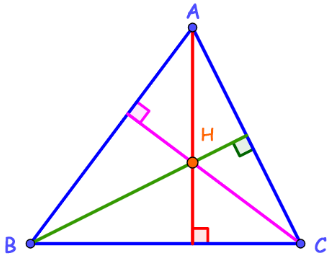


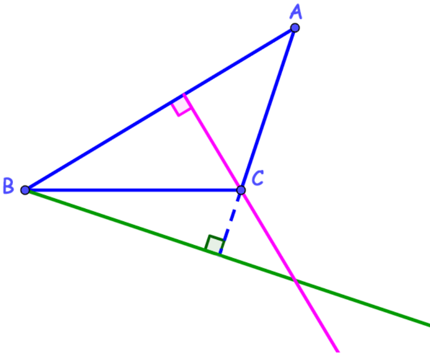


2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.

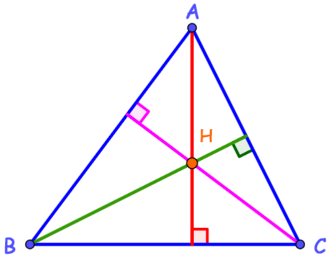


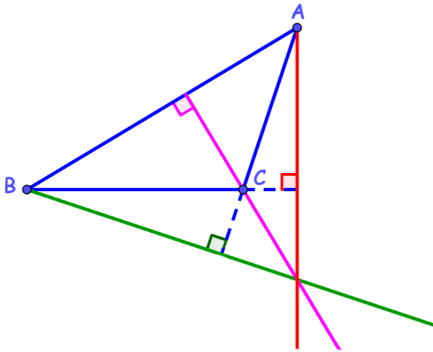


2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.

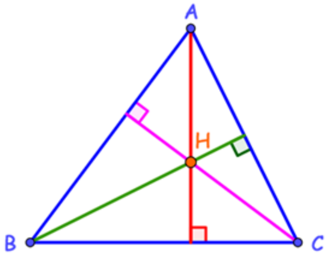


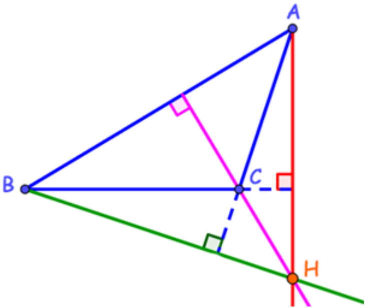


2) - L'orthocentre d'un triangle :

Propriété :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre** du triangle.





Remarque :

Remarque :

- L'orthocentre d'un triangle est à l'extérieur si l'un de ses angles est obtus.

Remarque :

- L'orthocentre d'un triangle est à l'extérieur si l'un de ses angles est obtus.
- L'orthocentre d'un triangle rectangle est le sommet du l'angle droit.

Remarque :

- L'orthocentre d'un triangle est à l'extérieur si l'un de ses angles est obtus.
- L'orthocentre d'un triangle rectangle est le sommet du l'angle droit.
- Pour déterminer l'orthocentre d'un triangle, il suffit de tracer deux de ses hauteurs.

Application :

Soit ABC un triangle tel que :

$$AB = 6\ cm \quad ; \quad AC = 2\ cm \quad ; \quad BC = 7\ cm$$

1. Construis une figure convenable.
2. Construis l'orthocentre du triangle ABC.